**Formelsammlung – Statistik II**

## 1 Regeln für das Rechnen mit Mengen

Kommutativgesetz

$$A \cap B = B \cap A$$
$$A \cup B = B \cup A$$

Assoziativgesetz

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$
$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

Distributivgesetz

$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$$
$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$$

De Morgansche Regel

$$\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$$
$$\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

## 2 Die drei Axiome von Kolmogoroff

Axiom I: Die Wahrscheinlichkeit des Eintretens eines Ereignisses
A eines Zufallsvorgangs ist stets eine nichtnegative reelle Zahl.

$$P(A) \geq 0$$

Axiom II: Die Wahrscheinlichkeiten aller möglichen Elementar-
ereignisse eines Zufallsvorgangs ergeben zusammen den Wert 1.

$$P(\Omega) = 1$$

Axiom III: Axiom 3: Die Wahrscheinlichkeit der Vereinigungsmenge zweier oder mehrerer Ereignisse eines Zufallsvorgangs berechnet sich aus der Summe der Einzelwahrscheinlichkeiten der Ereignisse, wenn diese paarweise disjunkt sind.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \text{ falls } P(A \cap B) = \varnothing$$

## 3 Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten

Klassische Wahrscheinlichkeitsdefinition
(nach Piere-Simon Maquis de Laplace)

$$P(A) = \frac{Summe\ für\ A\ günstiger Elementarereignisse}{Summe aller möglichen Elementarereignisse}$$

Additionssatz für unvereinbare Ereignisse

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Additionssatz für beliebige Ereignisse

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Multiplikationssatz bei stochastischer Unabhängigkeit

$$P(A \cap B) = P(A) * P(B)$$

Satz der totalen Wahrscheinlichkeit

$$P(B) = \sum_{i=1}^{k} P(B \mid A_i) * P(A_i)$$

Satz von Bayes

$$P(A_i \mid B) = \frac{P(B \mid A_i) * P(A_i)}{P(B)}$$

**4 Kombinatorik**

Wie viele Möglichkeiten existieren für die Auswahl von k aus n Elementen?

Variation (Reihenfolge spielt eine Rolle) im Modell ohne Zurücklegen

$\frac{n!}{(n-k)!}$ (im Sonderfall der Permutation - Auswahl aller Elemente: $n!$)

Variation (Reihenfolge spielt eine Rolle) im Modell mit Zurücklegen

$$n^k$$

Kombination (Reihenfolge spielt keine Rolle) im Modell ohne Zurücklegen

$$\frac{n!}{k!*(n-k)!}$$

Kombination (Reihenfolge spielt keine Rolle) im Modell mit Zurücklegen

$$\frac{(n+k-1)!}{(n-1)!*k!}$$

**5 Rechnen mit Zufallsvariablen**

Wahrscheinlichkeitsfunktion

$$P(X = x) = f(x_i)$$

Verteilungsfunktion

$$P(X \leq g) = \sum_{x_i \leq g} f(x_i) = F(g)$$

Erwartungswert einer Zufallsvariablen

$$E(X) = \sum_{i \geq 1} x_i * p_i$$

Varianz einer Zufallsvariablen

$$Var(X) = \sum_{i \geq i} (x_i - E(X))^2 * p_i$$

## 6 Konfidenzintervalle um den Erwartungswert

Konfidenzintervall um μ bei bekanntem σ

$$P(\bar{x} - z_{(1-\frac{\alpha}{2})} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + z_{(1-\frac{\alpha}{2})} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = 1 - \alpha$$

$z_{(1-\frac{\alpha}{2})}$ bei 1 – α = 0,95 und df = 1: 1,96

$z_{(1-\frac{\alpha}{2})}$ bei 1 – α = 0,99 und df = 1: 2,58

Konfidenzintervall um μ bei unbekanntem σ

$$P(\bar{x} - t_{(1-\frac{\alpha}{2};n-1)} * \frac{s}{\sqrt{n-1}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{(1-\frac{\alpha}{2};n-1)} * \frac{s}{\sqrt{n-1}}) = 1 - \alpha$$

$t_{(1-\frac{\alpha}{2};n-1)}$ bei 1 – α = 0,95 und df = 19: 2,093

$t_{(1-\frac{\alpha}{2};n-1)}$ bei 1 – α = 0,99 und df = 19: 2,861

## 7 Chi²-Test auf stochastische Unabhängigkeit

Tabellierte Quantile der Chi-Quadrat-Verteilung nach
ausgewählten Wahrscheinlichkeiten und Freiheitsgraden

| df/p | 0,005 | 0,01 | 0,025 | 0,05 | 0,1 | 0,5 | 0,9 | 0,95 | 0,975 | 0,99 | 0,995 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,02 | 0,45 | 2,71 | 3,84 | 5,02 | 6,63 | 7,88 |
| 2 | 0,01 | 0,02 | 0,05 | 0,10 | 0,21 | 1,39 | 4,61 | 5,99 | 7,38 | 9,21 | 10,60 |
| 3 | 0,07 | 0,11 | 0,22 | 0,35 | 0,58 | 2,37 | 6,25 | 7,81 | 9,35 | 11,34 | 12,84 |
| 4 | 0,21 | 0,30 | 0,48 | 0,71 | 1,06 | 3,36 | 7,78 | 9,49 | 11,14 | 13,28 | 14,86 |
| 5 | 0,41 | 0,55 | 0,83 | 1,15 | 1,61 | 4,35 | 9,24 | 11,07 | 12,83 | 15,09 | 16,75 |

## 8 Bestimmung der minimalen Stichproben-Größe nach Cochran

$$n = \frac{\frac{Z^2 * p * q}{e^2}}{1 + \frac{\frac{Z^2 * p * q}{e^2} - 1}{N}}$$

mit:

n = Stichprobenumfang
N = Größe der Grundgesamtheit
e = Breite des Konfidenzintervalls
p = Stichprobenanteil (falls unbekannt: 0,5)

q = (1-p)
Z = Z-Wert aus der Standard-
normalverteilung für die avisierte
Sicherheit des Konfidenzintervalls