

STATISTIK I – Lösung 02

Median und Modus

Median und Perzentile

Im Rahmen eines Produkttests werden 20 Probandinnen und Probanden gebeten, den Geschmack eines neuartigen Joghurtprodukts auf einer Skala von 1 („hervorragend“) bis 5 („scheußlich“) zu bewerten. Der Test erbringt die folgenden Daten:

Bewertung	Anzahl an Probanden/innen
1 („hervorragend“)	5
2 („gut“)	6
3 („mittelmäßig“)	2
4 („ungenügend“)	1
5 („scheußlich“)	6

a) Bestimmen Sie den Median.

Die geordnete Verteilung sieht wie folgt aus:

1; 1; 1; 1; 1; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 3; 3; 4; 5; 5; 5; 5; 5; 5

Bei einer geraden Anzahl von Werten wird das arithmetische Mittel der „mittigen“ Werte gebildet:

$$x_{med} = \frac{1}{2} (x_{(\frac{n}{2})} + x_{(\frac{n}{2}+1)})$$

$$(x_{10} + x_{11}) / 2 = (2 + 2) / 2 = \underline{2}$$

Der Median dieser Verteilung liegt bei 2.

b) Bestimmen Sie den Interquartilsabstand.

Zur Bestimmung des IQR werden das 25%-Perzentil sowie das 75%-Perzentil benötigt.

$$(0,25 * 20) = 5 \rightarrow \text{ganzzahliger Wert} \rightarrow k = 5$$

$$(0,75 * 20) = 15 \rightarrow \text{ganzzahliger Wert} \rightarrow k = 15$$

$$x_p = \frac{1}{2} (x_{(k)} + x_{(k+1)})$$

$$p_{0,25} = (x_5 + x_6) / 2 = (1 + 2) / 2 = \underline{1,5}$$

$$p_{0,75} = (x_{15} + x_{16}) / 2 = (5 + 5) / 2 = \underline{5}$$

Der Interquartilsabstand dieser Verteilung beträgt 3,5 (5 – 1,5).

Modus

Im Rahmen einer Qualitätsstichprobe werden 100 vom Band laufende Maschinenteile einer Genauigkeitskontrolle (Abweichung des Durchmessers von der zu erfüllenden Norm in mm) unterzogen. Die Stichprobenziehung erbringt die folgenden Daten.

Abweichung des Durchmessers von der Norm	Anzahl an Maschinenteilen in der Stichprobe
0 mm	17
[1 mm – 5 mm)	62
[5 mm – 9 mm)	12
[9 mm – 13 mm)	9

a) Bestimmen Sie den Modus.

Dass der Modus in der Klasse [1 mm – 5 mm) liegt, scheint evident zu sein. Allerdings gilt es in diesem Fall zu beachten, dass die obere Klasse nicht die gleiche Breite wie die drei unteren Klassen aufweist. Dieser Sonderfall ist im Skript nicht erfasst, kann aber leicht in der entsprechenden Fachliteratur sowie im Netz recherchiert werden. Zu bestimmen ist in dieser Situation die Klassenhöhe:

Abweichung	Abs. Häufigkeit	Klassenbreite	Klassenhöhe
0 mm	17	1	$17/1 = 17$
[1 mm – 5 mm)	62	4	$62/4 = 15,5$
[5 mm – 9 mm)	12	4	$12/4 = 3$
[9 mm – 13 mm)	9	4	$9/4 = 2,25$

Geht man von einer Gleichverteilung der Werte innerhalb der Klasse aus (was man, da keine genaueren Daten vorliegen, tun muss), ist tatsächlich 0 mm und nicht [1 mm – 5 mm) als Modus zu benennen. Zwar verfügt die Klasse [1 mm – 5 mm) über deutlich mehr Werte, ist aber auch erheblich breiter, so dass sich die 62 Werte entsprechend breit verteilen (auf 15,5 Werte pro diskretem Wert – betrachtet man die Daten sinnvollerweise als stetig, ist die Verteilung entsprechend breiter), während die 17 Werte in der oberen Klasse allein dem (diskreten) Wert 0 mm zugeordnet werden.